Ce feuillet de 10 pages s'adresse à toi,
élève de 3^e …

Livret des connaissances
utiles en Mathématiques…
depuis la 6ème.

LES MATHS AU COLLEGE DE LA 6e A LA 3e POUR L'ESSENTIEL

Savoirs et … Savoirs Faire

….Il a été rédigé
avec le souci de te répondre
si tu souhaites rapidement
combler une lacune.

Attention : il ne saurait en aucune façon
remplacer le cours !

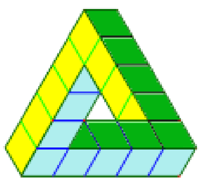
Il doit demeurer ce qu'il est :
Un mémento et une base de ressources pour ne
pas oublier l'essentiel.

Fais en bon usage….

Claude Bouju
Professeur de Mathématiques,
Collège Le Masségu – VIF

Mars 2007

POINTS ABORDES :



<table>
<tr><th>Thèmes et niveau</th><th>Savoirs</th><th>Savoirs faire</th></tr>
<tr><td>Priorités opératoires
Exécution d'un calcul
(6^e à 3^e)</td><td><u>Calcul numérique avec opérations mélangées :</u>
➢ En l'absence de parenthèses ….
La multiplication (ou la division) sont prioritaires sur l'addition ou la soustraction.

➢ En présence de parenthèses….
Les calculs à l'intérieur des parenthèses doivent être exécutés en priorité

<u>Cas d'une somme algébrique</u>
Règle d'usage pour ôter les parenthèses dans une somme de termes:
- Si devant la parenthèse il n'y a aucun signe ou le signe « + » : aucun changement
- S'il y a un signe « –» : changement de tous les signes <u>des termes de la parenthèse</u>.</td><td>➢ Savoir exécuter les calculs dans le bon ordre :
ex 1 : 5 + 3 x 7 = 5 + 21 = 26
ex 2 : (8 – 11) + (27 – 15) = – 3 + 12
➢ Savoir ôter les parenthèses dans une somme algébrique :
ex 1 :
(3a – 5) + (– 4a + 11) = 3a – 5 – 4a + 11
ex 2 :
20 – (5n – 7) – (– 3n + 8) + (6 – 11n)
= 20 – 5n + 7 + 3n – 8 + 6 – 11n
= 25 – 13n</td></tr>
<tr><td>Nombres
(6^e à 3^e)</td><td>➢ Nombres <u>entiers positifs</u> : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; …
➢ Nombres <u>entiers relatifs</u> : –4 ;–3 ;–2 ;–1 ;0 ; 1 ; 2 ; 3 ; …
➢ Nombres <u>décimaux</u> : nombres qui ont une écriture décimale avec un nombre fini de chiffres après virgule
➢ Nombres <u>rationnels</u> : qui peuvent s écrire sous forme d'un quotient d'entiers : ex : $\frac{2}{3}$
➢ Nombres <u>irrationnels</u> : ne peuvent s'écrire sous forme d'un quotient d'entiers π , $\sqrt{2}$</td><td>Savoir qu'un nombre qui possède une suite décimale illimitée n'est pas un nombre décimal : 0,33333….

Savoir que $\frac{20}{5}$ n'est pas rationnel, mais entier (il se simplifie), que 8,00 n'est pas décimal , mais entier …, que $\sqrt{9}$ n'est pas irrationnel, mais entier !</td></tr>
<tr><td>Nombres relatifs
Règle des signes</td><td colspan="2">➢ Il existe <u>pour les produits ou quotients</u> de 2 relatifs une règle permettant de prévoir le signe du résultat :
Si les 2 nombres sont de même signe : → résultat positif ; Si les 2 nombres sont de signes contraires : → résultat négatif.
➢ Généralisation : ex : A = (–2) x 3 x (– 10) x (–2) x (–1) x 2 x (–1) : Il suffit de compter le nombre de signes « – » : pair : positif ; impair : négatif ici A = + 240, car il y a 4 nombres négatifs.</td></tr>
<tr><td>Nombres fractionnaires
(5^e à 3^e)</td><td>➢ Simplifier une fraction : $\boxed{\frac{a\times c}{b\times c}=\frac{a}{b} \quad \text{(b, c, non nuls)}}$
➢ Multiplier 2 fractions : $\frac{3}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{6}{35}$; $\frac{9}{8}\times\frac{2}{9}=\frac{1}{4}$ $(Simplifier\ avant\ d'effectuer)$
➢ Division de deux fractions $\boxed{\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c} \quad \text{(b, c, d , non nuls)}}$
➢ Addition de deux fractions : ex : $\frac{3}{4}+\frac{5}{12}=\frac{9}{12}+\frac{5}{12}=\frac{14}{12}=\frac{7}{6}$
➢ Ordonner des fractions : réduire au même dénominateur , puis ranger dans l'ordre les numérateurs .</td><td>➢ Savoir simplifier une fraction

➢ Savoir réduire au même dénominateur

➢ Savoir multiplier deux fractions

➢ Savoir diviser deux fractions

➢ Savoir additionner deux fractions

➢ Savoir ordonner des fractions.</td></tr>
<tr><td>Puissances
$4^e – 3^e$</td><td>➢ Définition de base : « a » est un nombre quelconque et n un entier naturel non nul. a^n lu « a exposant n » ou « a puissance n », est le résultat de la multiplication de ce nombre a par lui-même n fois : $a^n = a \times a \times \ldots \times a$, ex $a^3 = a \times a \times a$
➢ Si a est un nombre non nul , $\boxed{a^{-n}=\frac{1}{a^n} \qquad \frac{1}{a}=a^{-1} \qquad a^0 = 1 \qquad a^1 = a}$
➢ Si a n'est pas nul : $\boxed{\frac{1}{a^{-n}}=a^n \qquad a^{-n}\ \text{est l'inverse de}\ a^n}$
➢ Avec les puissances de 10 :
➔ 10^n = 1 000 000 … 000 (il y a « n » zéros)
➔ 10^{-n} = 0, 000 … 001 (il y a « n » chiffres après la virgule
➢ Lois de calcul : $\boxed{Si\ a\neq 0 \quad a^m\times a^n=a^{m+n} \quad et \quad \frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}}$
➢ $\boxed{(a\times b)^n = a^n\times b^n \qquad (a^x)^y = a^{x\times y}}$
➢ Notation scientifique d'un nombre : ➔ Tout nombre peut s'écrire sous la forme :
$\boxed{a\times 10^p \quad \text{où :}}$
p est un nombre entier relatif
a est un nombre qui n'a qu'un seul chiffre non nul avant la virgule
Donc a est un nombre strictement compris entre 1 et 10 s'il est positi f entre – 10 et –1 s'il est négatif .
ex : 58 000 = 5,8 x 10^4 – 575 = – 5,75 x 10^2 0, 0049 = 4,9 x 10^{-3}</td><td>➢ Savoir écrire le résultat sous forme décimale :
ex : 5^3 = 125 - 2^5 x 10² = 3 200
3 040 x 10^{-6} = 0,00304

➢ Savoir écrire le résultat sous forme d'une seule puissance de 10 :
ex :10^3 x 10^4 x 10 = 10^8
ex : $\frac{10^9}{10^3}=10^6$, $\frac{10^6\times 10}{10^2}=10^5$

➢ Savoir écrire le résultat sous forme d'une seule puissance
ex : $(5^2)^{-2}$ = 5^{-4} ; 3^2 x 2² x 5² = 30^2
$\frac{(10^{-5})^{-1}\times 10^4}{10^8\times(10^3)^{-1}}=10^4$

➢ Savoir écrire un nombre sous le format scientifique :

ex : 800 000 = 8 x 10^5
1200 = 1,2 x 10^3
0, 0035 = 3,5 x 10^{-3}</td></tr>
</table>

Thèmes et niveau	Savoirs	Savoirs faire

Racines carrées 3e

Savoirs

- a est un nombre positif , On appelle racine carrée de a le nombre positif dont le carré est a.

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a \quad \text{on peut aussi écrire : } \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$$

- Règles de calcul : Pour tous nombres a et b positifs $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

  Pour tous nombres a et b positifs ,avec b , non nul : $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

- $b = \sqrt{a}$ **signifie :** $b \geq 0$ *et* $b^2 = a$

  $b \geq 0$ *et* $b^2 = a$ **signifie** $b = \sqrt{a}$

- **La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas !**(car il n'existe aucun nombre dont le carré soit négatif !) L'écriture « $\sqrt{-5}$ » n'a <u>AUCUN SENS</u> !

Savoirs faire

➢ Savoir calculer :
$\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{36} = 6$; $\sqrt{400} = 20$
$\sqrt{(-5)^2} = 5$; $\sqrt{17^2} = 17$; $\sqrt{19 \times 19} = 19$

➢ Savoir « simplifier » une racine carrée : c'est la transformer quand c'est possible en produit $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit possible .
$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$
$\sqrt{700} = \sqrt{7 \times 100} = 10\sqrt{7}$

➢ Savoir utiliser les produits remarquables
$(3 + \sqrt{2})^2 = 9 + 2 + 6\sqrt{2} = 11 + 6\sqrt{2}$

➢ Savoir qu' une équation du type $x^2 = a$; *avec* $a \geq 0$, présente deux solutions opposées : $+\sqrt{a}$ *et* $-\sqrt{a}$

Calcul littéral (4e - 3e)

Savoirs

➢ ***<u>Développements :</u>*** a, b, c, d, k désignent des nombres : Développer c'est transformer un produit, en somme de termes.

$k(a+b) = ka + kb$
$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

➢ ***<u>Factorisation</u>*** : Factoriser, c'est transformer quand c'est possible une somme de termes en produit de facteurs . (par facteur commun ou par produit remarquable)

➢ ***<u>Produits remarquables</u>***

Carré d'une somme :	(a + b)² = a² + b² + 2ab
Carré d'une différence :	(a – b)² = a² + b² – 2ab
Produit d'une somme par une différence :	(a + b)(a – b) = a² – b²

➢ ***<u>Utile</u>*** : connaissance des carrés des 20 premiers nombres entiers :

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a²	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Puis de 11 à 20 :

a	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a²	121	144	169	196	225	256	289	324	381	100

Savoirs faire

➢ ***<u>Réduire</u>*** une somme de termes :
A = e – 11 + 5e + 15 = 6e + 4

➢ ***<u>Effectuer</u>*** un produit:
B = 7 x (10k)² = 700 k²

➢ ***<u>Développer</u>*** un produit de facteurs :
C = (2– 8x) (3x + 5)
= 6x + 10 – 24 x² – 40x
= – 24 x² – 34x +10

➢ ***<u>Factoriser</u>*** une somme de termes :
D = 6 n² + 14n = 2n (3n + 7)

E = 25 x² – 49 = (5x – 7)(5x + 7)

Nombres Entiers et Rationnels (3e)

Savoirs

➢ Le plus grand des diviseurs communs à deux nombres s'appelle le **P.G.C.D.**(Plus Grand Commun Diviseur)

➢ ***Nombres Premiers Entre Eux :*** Lorsque le P.G.C.D. de deux nombres est 1, on dit qu'ils sont **PREMIERS entre eux**

➢ Une fraction est irréductible si, numérateur et dénominateur sont **PREMIERS entre eux**

➢ L'outil du PGCD peut être utilisé pour rendre irréductibles des fractions

➢ ***Recherche du Pgcd de deux nombres a et b :*** Soient deux nombres, a et b , observons la division euclidienne de a par b : r est le reste , et q est le quotient :
: on peut écrire : a = b x q + r   ex : pour a = 28 et b = 8 : 28 = 8 x 2 + 12
Si un nombre divise a et b, il divise donc a et bq et donc aussi leur différence :(a – bq)

Savoirs faire

➢ Savoir utiliser la méthode des divisions successives (Algorithme d'Euclide)

a	b	(q)	r
45	27	1	18
27	18	1	***9***
18	9	2	0

Le PGCD est le dernier reste non nul : ici : 9

➢ Savoir rendre irréductible 2 fractions à l'aide du PGCD

Equations Produit nul (3e)

Savoirs

➢ ***Principe de base*** : Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul

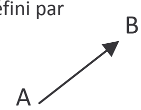
➢ Conséquence : Si une équation se présente sous la forme d'un produit nul , de deux facteurs, sa résolution consiste à résoudre séparément deux équations du premier degré :
Ainsi : résoudre l'équation $(2x-6)(x+9) = 0$ revient à résoudre les deux équations : $2x - 6 = 0$ et $x + 9 = 0$ donnant les solutions $x = 3$ *et* $x = -9$

Savoirs faire

➢ Savoir transformer une équation du second degré en équation produit nul :
Ex :
(2 x – 3) ² – (2 x – 3)(7 x – 5) = 0
S'écrit en utilisant un facteur commun :
(2x – 3)(– 5x +2) = 0

(5 x – 6) ² – 49 x² = 0 peut s'écrire, en utilisant un produit remarquable :
(–2x – 6)(12x – 6) = 0

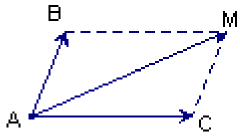
<table>
<tr><th>Thèmes et niveau</th><th colspan="2">Savoirs</th><th colspan="2">Savoirs faire</th></tr>
<tr><td>Vecteurs du plan

Translation de vecteur
(4^e - 3^e)</td><td colspan="2">
➢ Vecteur du plan : Un vecteur , d'origine A et d'extrémité B, est défini par
$\overrightarrow{AB}$ { ○ sa direction (droite support) : droite (AB)
○ son sens : de A vers B
○ sa longueur : la distance AB


➢ Egalité de vecteurs : Deux vecteurs sont égaux s'ils ont :
même direction, même sens, même longueur

➢ Vecteurs égaux et parallélogramme
1ère caractérisation : Si deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux, alors ABDC est un parallélogramme (Attention à l'ordre des lettres et au dessin de la figure)
Récipt : Si ABDC est un parallélogramme, alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux
2ème caractérisation : Si deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux, alors [AD] et [BC] ont le même milieu
Récipt : Si [AD] et [BC] ont le même milieu, alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux.

➢ <u>Somme vectorielle</u> – Relation de Chasles : Pour 3 points du plan, A, B,C :
$\boxed{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}$

➢ Règle du parallélogramme :
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$ et ABMC est un pllg.


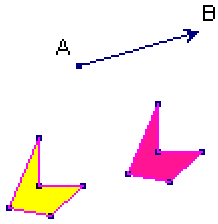
➢ Translation de vecteur : M' est l'image de M dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, signifie que ABM'M est un parallélogramme.
➢ Propriétés : Dans une translation, l'image d'une droite est une droite parallèle
L'image d'un segment est un segment parallèle et de même longueur.
L'image d'un cercle est un cercle de même rayon
</td><td colspan="2">
➢ Construire un point à partir d'une égalité vectorielle

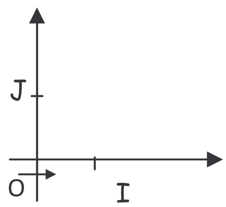
➢ Démontrer à partir d'une égalité vectorielle

➢ Construction à l'aide de la relation de Chasles

➢ Construction à l'aide de la règle du parallélogramme

➢ Savoir construire la somme de 2 vecteurs :

➢ Savoir construire l'image d'une figure dans une translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$,


</td></tr>
<tr><td>Vecteurs dans un repère du plan
(3^e)</td><td colspan="2">
➢ <u>Coordonnées d'un vecteur :</u>
Dans un plan, muni d'un repère orthonormal (O, I, J), soient deux points A (x_A ; y_A) et B (x_B ; y_B)
alors on appelle « coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ » , d'origine A et d'extrémité B, le couple :
$\boxed{\overrightarrow{AB}\ (x_B - x_A\ ; y_B - y_A)}$


➢ <u>Coordonnées du milieu d'un segment</u>: Dans un repère du plan, soient deux points A (x_A ; y_A) et B (x_B ; y_B) et I le milieu du segment [AB],
alors $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ $\boxed{x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \quad ; \quad y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2}}$

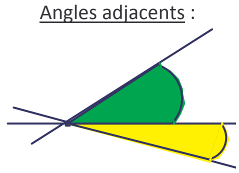
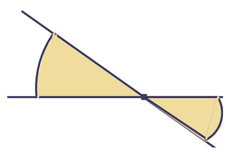
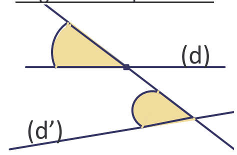
➢ <u>Distance de deux points dans un plan muni d' un repère orthonormal</u> :
$$\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$
</td><td colspan="2">
➢ Savoir vérifier qu'un quadrilatère est un pllg, en vérifiant que les coordonnées de deux vecteurs sont égales.

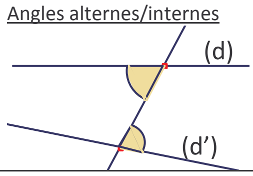
➢ Savoir calculer les coordonnées du 4^e point d' un pllg.

➢ Savoir calculer la distance de deux points : ex : Soient E (6 ; 2) et F (3 ; -4)
Calcul de la distance EF :
$EF = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$ soit :
$EF = \sqrt{(3 - 6)^2 + (-4 - 2)^2}$ d'où :
$EF = \sqrt{9+36}$ soit $EF = \sqrt{45}$

➢ Savoir déterminer la nature d'un triangle dans un repère du plan, en calculant les distances des trois côtés.
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Angles
(5^e)</td><td><u>Angle aigu / obtus</u>

Aigu : < 90°

Obtus > 90°</td><td><u>Angles adjacents</u> :
</td><td><u>Angles opposés par le sommet</u>
</td><td><u>Angles correspondants</u>

</td></tr>
<tr><td>Angles
…<u>complémentaires</u> :
Somme égale à 90°

…<u>supplémentaires</u> :
Somme égale à 180°</td><td><u>Angles alternes/internes</u>

</td><td><u>Angles alternes/internes</u>

Si les droites (d) et d') sont parallèles, les angles alternes internes sont égaux et réciproquement.</td><td><u>Angles correspondants</u>

Si les droites (d) et d') sont parallèles, les angles correspondants sont égaux et réciproquement.</td></tr>
</table>

Thèmes et niveau	Savoirs	Savoirs faire

Unités en géométrie

Longueurs
Aires
Volumes

(6^e - 5^e)

- Les ***LONGUEURS*** ont pour unité principale, le mètre (1 colonne par unité)

Unités de longueur

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

- Les ***AIRES*** ont pour unité principale le mètre carré (2 sous colonnes par unité) ; Il existe pour les AIRES une autre famille d'unités : les superficies agraires. Connaître parfaitement le lien !
- Les ***VOLUMES*** ont pour unité principale le mètre cube (3 sous- colonnes par unité) : Il existe pour les VOLUMES une autre famille d'unités : les CAPACITES. : unité : le litre : Connaître parfaitement le lien !

Unités d'aires

1 ha = 1 hm²

superficies		ha	a	ca			
	km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²

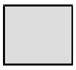
Unités de volume

1 litre = 1 dm³

capacités	hl	dal	l	dl	cl	ml	
m³	dm³			cm³			mm³

Périmètres et Aires en géométrie plane (6^e - 3^e)

CARRE de côté a



Périmètre : 4a

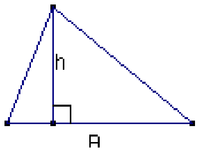
Aire = a²

RECTANGLE de longueur L et de largeur l

Périmètre : $(L+l)\times 2$

Aire : $L\times l$

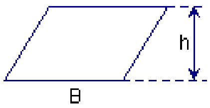
TRIANGLE, de hauteur h et de base B



Périmètre : ---

Aire = $\frac{B\times h}{2}$

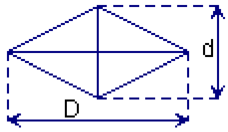
PARALLELOGRAMME, de hauteur h et de base B



Périmètre : ---

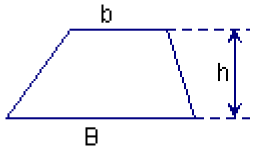
Aire = $B\times h$

LOSANGE de diagonales d et D



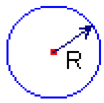
Aire : $\frac{D\times d}{2}$

TRAPEZE de bases b et B et de hauteur h



Aire = $\frac{(B+b)\times h}{2}$

CERCLE de Rayon R

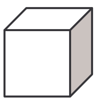


Périmètre : $2\pi R$

Aire = πR^2

Aires et volumes en géométrie dans l'espace (Solides usuels) (6^e – 3^e)

CUBE, d'arête a



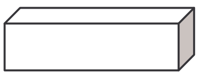
Aire totale: 6a²

Volume : a^3

PAVE DROIT, de dimensions a ,b c

Aire totale: 2ab + 2bc + 2 ac

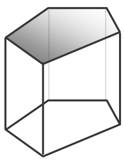
Volume : abc



PRISME droit d'aire de base $\mathcal{B}$, de hauteur h et de périmètre de base p

Aire latérale: p x h

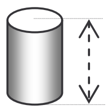
Volume : $\mathcal{B}$ x h



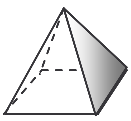
CYLINDRE d'aire de base $\mathcal{B}$, de hauteur h , de rayon R

Aire latérale: $2\pi R\times h$ ou $p\times h$

Volume : $\mathcal{B}$ x h ou $\pi R^2\times h$



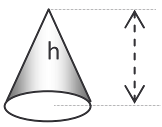
PYRAMIDE, d'aire de base $\mathcal{B}$, de hauteur h



Volume : $\frac{\mathcal{B}\times h}{3}$

CÔNE, de rayon R (aire de base $\mathcal{B}$ = π R²) de hauteur h

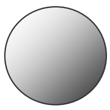
Volume : $\frac{\mathcal{B}\times h}{3} = \frac{\pi R^2\times h}{3}$



SPHERE, de rayon R

Aire = $4\pi R^2$

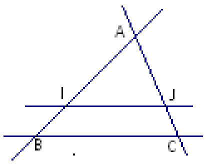
Volume $\frac{4}{3}\pi R^3$

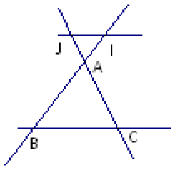


<table>
<tr><th>Thèmes et niveau</th><th>Savoirs</th><th>Savoirs faire</th></tr>
<tr><td>Théorème de Thalès
(4^e - 3^e)</td><td>

PROPRIETE DE THALÈS, <u>Théorème direct</u> :

- *Situation géométrique de thalès* **:** Deux droites sécantes coupées par deux parallèles déterminent deux triangles **:** ici (I J)et (BC) sont parallèles
- *Théorème direct :* Dans l'une des situations géométriques ci dessous , les longueurs des triangles ABC et AIJ sont proportionnelles **:**



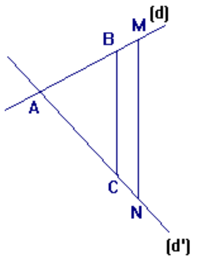


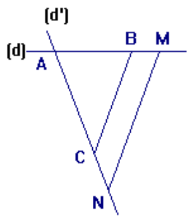
$$\frac{AB}{AI}=\frac{AC}{AJ}=\frac{BC}{IJ}$$

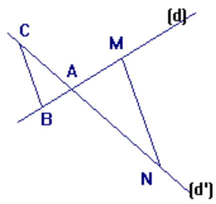
Ce théorème direct sert à calculer une longueur inconnue dans une telle situation

PROPRIETE DE THALÈS, <u>Théorème réciproque</u> :

- Sur chacune des figures ci dessous , on dit que les points A,B,M d'une part et A,C,N d'autre part, sont dans le même ordre. ((d) et d') sont sécantes)







- **Si la condition précédente est réalisée, et si** $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ **alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles**

Ce théorème réciproque sert à prouver l'existence de parallèles

</td><td>

- Savoir calculer une dimension inconnue dans une situation type de Thalès :
  - Commencer par décrire la situation type et la présence de parallèles
  - Ecrire les rapports égaux du théorème
  - Sélectionner les rapports utiles et calculer la distance demandée.
- Savoir établir, dans une situation de type réciproque, l'existence de rapports égaux , et en conclure l'existence de parallèles :

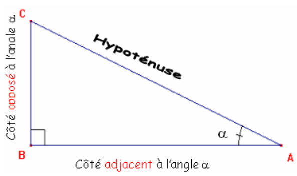
Ex : dans l'une des figures du bas, si
AB = 15 cm – AM = 20 cm
AC = 18 cm – AN = 24 cm,
J'observe :
- que les points, A,B,M d'une part et A,C,N d'autre part, sont dans le même ordre,
- que $\frac{AB}{AM}=\frac{15}{20}$ **et que** $\frac{AC}{AN}=\frac{18}{24}$
or $\frac{15}{20}=\frac{18}{24}=\frac{3}{4}$

Dans ces conditions, le théorème réciproque de Thalès peut s'appliquer et on peut conclure que les droites (BC) et (MN) sont parallèles

- Savoir construire des points dans un rapport donné

</td></tr>
<tr><td>Trigonométrie
(4^e - 3^e)</td><td>

TRIGONOMETRIE <u>dans le triangle rectangle</u> :



ABC est un triangle, rectangle en B, $\alpha = \hat{A} = \widehat{BAC}$

$$\cos\alpha=\frac{\text{côté adjacent à }\alpha}{\text{hypoténuse}}=\frac{AB}{AC}$$
$$\sin\alpha=\frac{\text{côté opposé à }\alpha}{\text{hypoténuse}}=\frac{BC}{AC}$$
$$\tan\alpha=\frac{\text{côté opposé à }\alpha}{\text{côté adjacent à }\alpha}=\frac{BC}{AB}$$

- Savoir …
  - Qu'un angle est une grandeur comprise strictement entre O° et 90°
  - Que $0<\sin\alpha<1$ et $0<\cos\alpha<1$; $\tan\alpha>0$
  - Que si α et β sont deux angles complémentaires, $\boxed{\sin\alpha=\cos\beta}$
- Relations trigonométriques : $\boxed{\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}$ $\boxed{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1}$

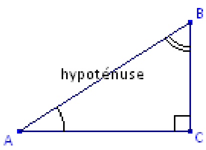
</td><td>

- Savoir utiliser la calculatrice pour faire une lecture directe :
ex : sin27° ≈ 0,454 - tan 75° ≈ 3,732
- Savoir utiliser la calculatrice pour faire une lecture inverse :
ex : cos α = 0, 652 donc α ≈ 49°
sin α = 0, 246 donc α ≈ 14°
- Savoir utiliser la bonne ligne trigonométrique dans un problème :
ex : dans le triangle ABC ci-contre, AC = 68cm, et α = 35° , calculer BC
→ il faut utiliser le sinus α : car on donne l'hypoténuse et on demande le côté opposé.
→ $\sin 35=\frac{BC}{68}$ donc BC ≈ 39 cm

</td></tr>
<tr><td>Théorème de Pythagore
(4^e)</td><td>

- Théorème direct :

$\boxed{\text{Dans un triangle ABC, rectangle en C , } AB^2 = AC^2 + BC^2}$
(permet de calculer un côté inconnu si on connaît les 2 autres)



- Théorème réciproque :

$\boxed{\text{Si dans un triangle, on sait que } AB^2 = AC^2 + BC^2 \text{ alors , ce triangle est rectangle .}}$

(permet de vérifier qu'un triangle est rectangle)

</td><td>

- Savoir calculer un côté manquant dans un triangle rectangle :
ex BC = 18 ; AB = 35 ; calculer AC :
$AB^2 = AC^2 + BC^2$ donc :
$35^2 = AC^2 + 18^2$
$1225 = AC^2 + 324$
$AC^2 = 1225 – 324 = 901$
Soit $AC=\sqrt{901}$ **ou AC ≈** 30,01

</td></tr>
</table>

Thèmes et niveau	Savoirs	Savoirs faire

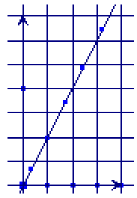
Proportionnalité Pourcentages Vitesses (6^e - 3^e)

Savoirs

RAPPELS SUR L'USAGE DE LA PROPORTIONNALITÉ

- **Deux suites de nombres …**sont proportionnelles, si on peut passer de l'une à l'autre par une multiplication, une division, ou une succession de ces deux opérations.
  → Le nombre qui permet de passer de l'une à l'autre s'appelle ***FACTEUR DE PROPORTIONNALITE*** : il doit s'appliquer à tous les nombres d'une ligne , sans exception
- **Proportion à quatre nombres**
  Deux suites de deux nombres a ; b ; c ; d sont proportionnelles si :
  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ou si $\begin{array}{c|c} a & c \\ b & d \end{array}$ est un tableau de proportionnalité

  les produits en croix a x d et b x c sont égaux



Dans une situation de proportionnalité**, les points de la représentation graphique sont alignés sur une droite, passant par l'origine du repère** : On dit : Les valeurs de y sont proportionnelles à celles de x .

APPLICATIONS CLASSIQUES DE LA PROPORTIONNALITÉ

- **La vitesse moyenne** v sur un trajet tient compte de la distance totale d sur ce trajet , et du temps de parcours : $\boxed{v = \frac{d}{t}}$
- **Pourcentages** : Un pourcentage est une partie d'un tout, ramené au nombre 100, les savoirs consistent à une pratique de 3 savoirs faire :
  → appliquer un pourcentage sur un nombre (6^e)
  → calculer un pourcentage (6^e-5^e)
  → calculer une augmentation ou une diminution en pourcentage (5^e – 3^e)
  si x est l'ancienne valeur , y la nouvelle valeur, a le pourcentage :

  augmentation : $y = x(1 + \frac{a}{100})$ diminution : $y = x(1 - \frac{a}{100})$

  → Rem : le nombre $(1 \pm \frac{a}{100})$ souvent noté k est le facteur de proportionnalité :
  si k >1 : augmentation, si k <1 : diminution
- **Echelles** : utilisées pour cartes ou maquettes : s'exprime sous forme de fraction : ex : « Echelle au 1/ 500 » signifie : 1cm sur une carte ou une maquette correspond à 500 cm dans la réalité.

Savoirs faire

- Savoir calculer le 4^e nombre dans une proportion à 4 nombres (4^e proportionnelle)

8	14
x	7

- $x = \frac{7 \times 8}{14} = 4$
- Savoir utiliser les unités usuelles de vitesse, distance et temps :
  Si d s'exprime en mètre ; t, en sec., v s'exprime en m / s (ou $m.s^{-1}$)
  Si d s'exprime en km et t en heures, v s'exprime en km/h (ou $km.h^{-1}$)
- Savoir utiliser la relation $v = \frac{d}{t}$ pour exprimer d ou t en fonction des deux autres grandeurs.
- Savoir appliquer un pourcentage : ex : « 15% du nombre 40 » : $40 \times \frac{15}{100} = 6$
- Savoir calculer un % . ex : 23 voix sur 62 exprimées -> quel % ?
  $\frac{23}{62} \times 100 = 37{,}09$ soit 37,09 %
- Savoir calculer une augmentation en %..
  ex : Un sac de 27 € augmente de 8%.
  Nouveau prix= ancien x (1 + 0,08) : soit 29,16 €

Fonctions linéaires et fonctions affines (3^e)

Savoirs

- ***Définitions de base :***

Une fonction linéaire, fait correspondre à tout nombre x, le nombre « a x » où a est un nombre donné :

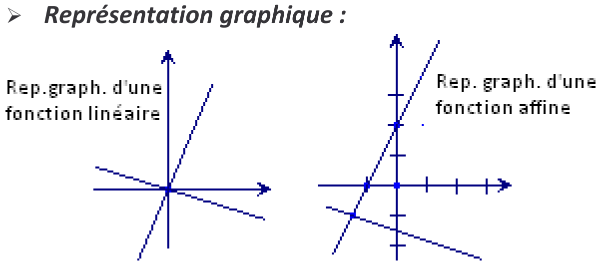
On écrit : $\boxed{f : x \longmapsto a\,x}$

Une fonction affine, fait correspondre à tout nombre x, le nombre « a x + b » où a et b sont deux nombres donnés :

On écrit : $\boxed{f : x \longmapsto a\,x + b}$

« a » s'appelle le coefficient directeur ou « pente »
« b » s'appelle ordonnée à l'origine des abscisses

- ***Représentation graphique :***



- Coefficient directeur « a » d'une fonction affine représentée par la droite (AB) avec

$A(x_1 ; y_1)$ *et* $B(x_2 ; y_2)$ $\boxed{a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$

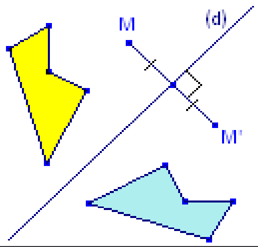
Savoirs faire

- Connaître le vocabulaire associé au langage des fonctions : objet – image – antécédent – droite représentative – coefficient directeur – ordonnée à l'origine etc.
- Savoir représenter graphiquement une fonction linéaire ou affine à partir de son écriture symbolique :
  ex : f : x → – 3x ou g : x → 2x + 5
- Savoir qu'une fonc . linéaire n'est qu'un cas particulier de fonction affine (b=0)
- Savoir déterminer une fonction affine ou linéaire à partir de deux nombres et de leurs images (ou de deux points distincts du plan)
- Savoir lire les renseignements sur la représentation graphique d'une fonction (par ex, coordonnées des points d'intersection avec les axes.) ou coordonnées des points d'intersection de deux droites du plan .
- Savoir interpréter les données d'un problème d'optimisation.

Thèmes et niveau	Savoirs	Savoirs faire

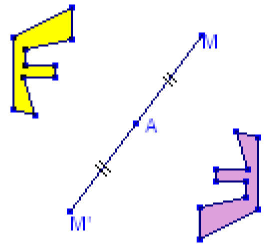
Transformations du plan ($6^e – 3^e$)

<u>SYMETRIE AXIALE</u>, d'axe (d)



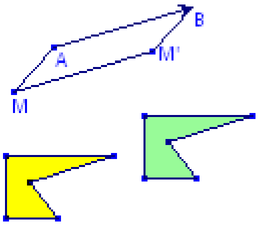
- Dans une symétrie axiale **<u>d'axe (d)</u>,** l'image d'un point M est un point M' tel que (d) soit la médiatrice de [MM']

<u>SYMETRIE CENTRALE</u>, de centre A



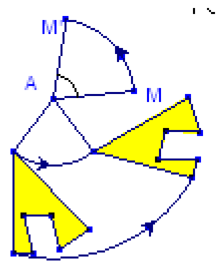
- Dans une symétrie centrale **<u>de centre A</u>** l'image d'un point M est un point M' tel que A soit le milieu de [MM']

<u>TRANSLATION</u> de vecteur $\overrightarrow{AB}$



- Dans une translation **<u>de vecteur $\overrightarrow{AB}$</u>**, l'image d'un point M est un point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$ c'est-à-dire que ABM'M est un pllg

<u>ROTATION</u> de centre A et d'angle α



- Attention : cette transformation nécessite de définir un sens de rotation : le sens « direct » (indiqué par la flèche), inverse de celui des aiguilles d'une montre
- Dans une rotation, de **<u>centre A</u>** et **<u>d'angle α</u>** , un point M du plan a pour image un point M', tel que $\widehat{MAM'} = \alpha$ et AM' = AM

<u>Propriétés</u> :

- Une symétrie axiale , une symétrie centrale, une translation de vecteur, une rotation « CONSERVENT » :
  - Les distances
  - Les angles
  - Les aires
  - Les alignements
  - Le parallélisme

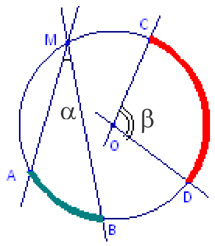
Seules, la symétrie axiale et la translation conservent en plus, les directions.

Savoirs faire :

- Savoir construire l'image d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle dans l'une de ces 4 transformations
- A partir de deux figures, images l'une de l'autre, déterminer quelle transformation est utilisée, ainsi que les éléments de cette transformation (les éléments ,ce sont les mots soulignés en gras : axe de symétrie, centre de symétrie, vecteur, centre et angle de rotation.)

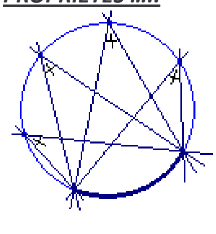
Angle inscrit angle au centre (3^e)

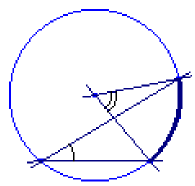
<u>Vocabulaire</u>



- L'angle $\widehat{AMB}$ ou α est un « ANGLE <u>INSCRIT</u> » signifie : Son sommet **est** sur le cercle ; Ses côtés coupent le cercle, L'arc $\overset{\frown}{AB}$ est **l'arc intercepté** par l'angle α .
- . L'angle $\widehat{COD}$ ou β, est un « ANGLE AU CENTRE » signifie : Son sommet est **au centre** du cercle , Ses côtés coupent le cercle , L'arc $\overset{\frown}{CD}$ est **l'arc intercepté** par l'angle β .

<u>PROPRIETES .....</u>



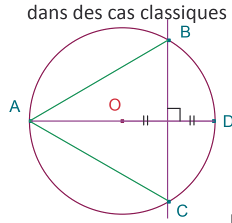


→.. ***<u>de l'angle inscrit</u>*** : Deux angles inscrits interceptant le même arc sont égaux.

→... ***<u>de l'angle au centre</u>*** : Un angle au centre a pour mesure le double de celle de l'angle inscrit associé (interceptant le même arc) $\beta = 2\alpha$

Savoirs faire :

- Savoir repérer et distinguer dans une figure, un angle au centre ou un angle inscrit.
- Savoir déterminer la valeur d'un angle dans des cas classiques : ex : démontrer que ABC est un triangle équilatéral.



- Il faut d'abord montrer que BOC et BOD st équilatéraux, ensuite évaluer $\widehat{BOC}$, en déduire la valeur de $\widehat{BAC}$, ensuite évaluer $\widehat{AOB}$, en déduire la valeur de $\widehat{ACB}$

Systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues (3^e)

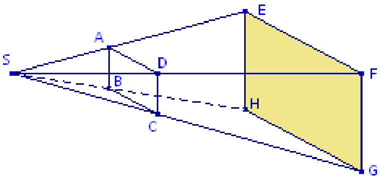
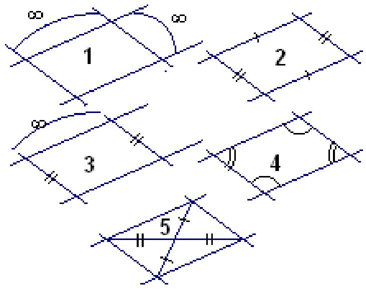
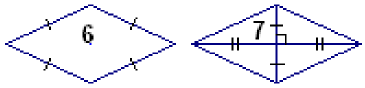
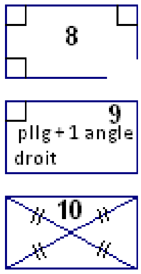
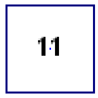
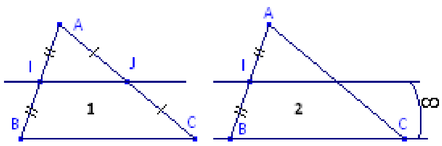
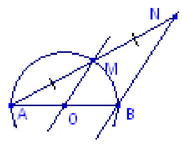
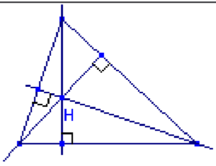
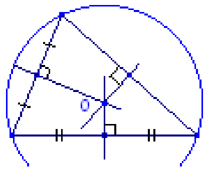
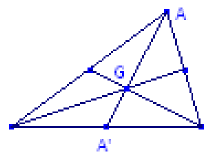
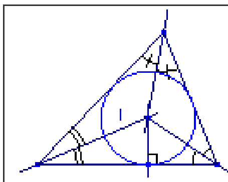
- Soient a, b et c , trois nombres donnés. Une équation du type $ax+by=c$, ou s'y ramenant, <u>est une équation à deux inconnues du premier degré</u>
- ***Résoudre*** un système de deux équations à deux inconnues x et y, ***c'est chercher tous les couples*** $(x\ ;\ y)$ vérifiant les deux égalités suivantes, ***<u>en même temps</u>***

$$\boxed{\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}}$$

Ex : $\begin{cases} 2x + 5y = 11 \\ 7x - 11y = 10 \end{cases}$ a pour solution le couple (3 ;1) : en effet, ce couple vérifie les deux équations <u>à la fois</u> ($x=3$ et $y=1$)

Savoirs faire :

- Connaître la méthode de résolution par <u>substitution</u> :
- Connaître la méthode de résolution par <u>« combinaison » ou « addition</u> «

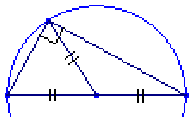
Thèmes et niveau	Savoirs	Savoirs faire
Agrandissement Réduction de figures (3^e)	***Agrandt / Réduction d'une aire = ou d'un volume*** ➢ Problème : une aire ABCD est agrandie par projection sur écran : le coefficient d'agrandissement est k, (dans la figure SFG, les côtés [DC] et[FH] sont parallèles : c'est un cas type de Thalès : k représente le rapport FG/DC  Si A est l'aire ancienne et A' l'aire nouvelle : $\boxed{A' = k^2 \times A}$ Maintenant on considère la pyramide SABCD et la pyramide agrandie SEFGH, par le même coefficient k : Si V est le volume ancien et V' le volume nouveau : $\boxed{V' = k^3 \times V}$ Cas d'un agrandissement : k >1 Cas d'une réduction k <1	➢ Savoir appliquer les relations ci-contre : ex 1 : Cas d'une aire : sur une carte au 1/5000 un terrain a une surface de 3cm², quelle est la surface réelle ? Ici A = 2 cm², il y a agrandissement donc k >1 soit ici k = 5000 donc A' = 5000² x 3 A' = 75 000 000 cm² ou 7500 m² ➢ Ex 2 : Cas d'un volume : une voiture de 2,5 m^3 est réduite au 1/20 . Nouveau volume ? Ici V= 2,5 m^3 = 2500 000 cm^3 et k < 1 Donc V' = k^3 x V = $(1/20)^3$ x 2 500 000 V' = 312,5 cm^3
Quadrilatères particuliers (4^e)	***Parallélogrammes*** : ➢ (1) Quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles : ➢ (2) Quadrilatère qui a ses côtés opposés égaux ➢ (3) Quadrilatère qui a deux côtés opposés égaux et parallèles ➢ (4)Quadrilatère qui a ses angles opposés égaux. ➢ (5)Quadrilatère qui a ses diagonales qui se coupent en un même milieu. 	***Losanges*** ➢ (6) Quadrilatère qui a ses 4 côtés égaux ➢ (7) Pllg qui a ses diagonales perpendiculaires  ***Rectangles*** ➢ (8) Quadrilatère qui a au moins 3 angles droits ➢ (9) Pllg qui a au moins un angle droit ➢ (10) Pllg qui a ses diagonales égales  ***Carrés*** ➢ (11) Quadrilatère qui est à la fois rectangle et losange.*  * signifie qu'il faut une propriété caractéristique du losange et une du rectangle
Théorème droite des milieux (4^e)	➢ ***Théorème direct*** (Fig 1) :Dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de 2 côtés est parallèle au 3^e côté ***Théorème réciproque*** : (Fig 2) Dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté, et qui est parallèle à un second côté, passe par le milieu du 3^e côté 	➢ Savoir faire une démonstration … ex : dans cette figure, M est un point du cercle, et N, est le symétrique de A par rapport à A  Démontrer que (BN)//(OM) se fait en utilisant le théorème direct
Droites particulières dans le triangle (4^e)	 ➢ ***Hauteurs*** : Droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé • Elles sont concourantes • le point de concours est l'orthocentre. • Il peut être extérieur au triangle  ➢ ***Médiatrices*** : Droite qui passe par le milieu d'un côté et qui lui est perpendiculaire. • Elles sont concourantes • le point de concours est le centre du cercle circonscrit • Il peut être extérieur au triangle	 ➢ ***Médianes*** : Droite passant par un sommet et le milieu du côté opposé • Elles sont concourantes • le point de concours est le <u>centre de gravité</u>. • Ce point est situé au 1/3 du segment [AA'] à partir du pied A'  ➢ ***Bissectrices*** : Droite passant par un sommet et partageant un angle en deux angles de même mesure • Elles sont concourantes • le point de concours est le centre du cercle inscrit • Ce cercle est tangent intérieurement aux 3 côtés

Thèmes et niveau	Savoirs	Savoirs faire

Triangle rectangle et cercle (4^e)

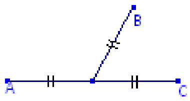
Théorème direct :

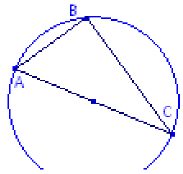
Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit, donc équidistant des 3 sommets du triangle



Théorème réciproque :

Si un triangle est inscrit dans un demi cercle , et que l'un des côtés est un diamètre, alors ce triangle est rectangle.





Ou encore :
Si, dans un triangle, le milieu d'un côté est équidistant des 3 sommets, ce triangle est rectangle

Savoirs faire :

- Savoir que le théorème direct sert à définir le cercle circonscrit à un triangle rectangle
- Savoir que le théorème réciproque se rencontre très souvent, et qu'il ne faut pas oublier de préciser que l'un des côtés est diamètre.
  Il sert à prouver qu'un triangle est rectangle.

Résolution d'équations du 1^{er} degré (5^e - 4^e)

Règles de résolution d'une équation:

- On peut ajouter ou retrancher le même nombre de chaque côté (dans chaque membre)
- On peut multiplier ou diviser par un même nombre non nul les deux membres de l'équation.

Savoirs faire :

- Savoir résoudre : exemple

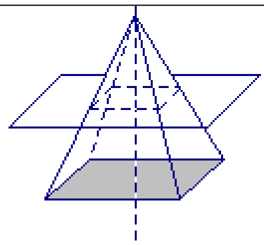
$$5x - 2x - 6 = 4 - 2x$$
$$5x - 2x + 2x = 4 + 6$$
$$5x = 10$$
$$\boxed{x = 2}$$

Sections planes de solides (3^e)

La section plane d'un solide par un plan détermine une figure plane Cette figure plane est une figure de la géométrie classique
Les solides suivants sont « sectionnés » par des plans, parallèles à une face, une arête, ou un axe s'il s'agit d'un solide de révolution *

la section plane …

- …d'un cube par un plan, parallèle à une face est un carré
- …d'un pavé droit par un plan, parallèle à une face ou une arête est un rectangle
- … d'un cylindre par un plan, parallèle à l'axe est un rectangle
- … d'une pyramide régulière par un plan, perpendiculaire à l'axe est un polygone régulier
- … d'un cône par un plan, perpendiculaire à l'axe est un cercle



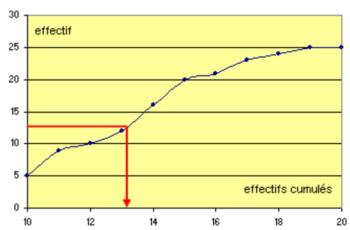
Gestion de données Statistiques (6^e - 3^e)

- ***Vocabulaire sur un exemple*** : Une classe de 5 élèves a fait 5 contrôles….

classe A	Cont A	Cont B	Cont C	Cont D	Cont E
a	13	15	10	11	18
b	11	14	10	17	10
c	15	19	15	15	11
d	14	16	10	14	17
e	12	13	14	11	10

val. classe A	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
effectifs	5	4	1	2	4	4	1	2	1	1	0
eff cumulés	5	9	10	12	16	20	21	23	24	25	25
fréquences	20 %	16 %	4%	8 %	16 %	16 %	4%	8 %	4%	4%	0 %
fréq cumul	20 %	36 %	40 %	48 %	64%	80 %	84%	92 %	96 %	100 %	100 %

- la ***Série Statistique*** de la classe A contient 25 valeurs -
- Pour la classe A, ***l' EFFECTIF*** du caractère « avoir 14/20 est de 4
- Pour la classe A , ***la FREQUENCE*** du 15/20 est de 15% : La fréquence est un nombre qui est le quotient de l'effectif du caractère sur l'effectif total : il peut s'écrire soit sous forme décimale (0,15) soit sous forme de pourcentage (15%)
- On appelle ***MEDIANE*** d'une série ordonnée, la valeur **m** de la série pour laquelle il y a autant de valeurs inférieures que de valeurs supérieures (ou la valeur de la série, pour laquelle l'effectif est exactement partagé en deux : ici 25/2 = 12,5)
- On utilise le ***POLYGONE DES EFFECTIFS CUMULES CROISSANTS*** pour construire la médiane de la série : sur le graphique ci-contre la médiane est environ 13,2
  On dit que la médiane est une ***caractéristique de POSITION*** .



- la ***moyenne arithmétique*** des notes pour l'élève c : (somme des notes) / 5
- la ***moyenne pondérée (ou coefficientée)*** : tient compte de coefficients attribués à chaque contrôle : si les coeff des contrôles A,B,C, D, E sont 2, 10, 5 ,1 ,3, l'élève c aura une moyenne de :(15x2 + 10x19 +5x15 +1x15 + 3x11) / (2+10+5+1+3) soit : 16,33
- l'écart maximal des notes (différence entre la plus grande valeur et la plus petite : dans la classe A :→ 10 : On dit que cet écart s'appelle ***ETENDUE*** de la série. : c'est une ***caractéristique de DISPERSION***